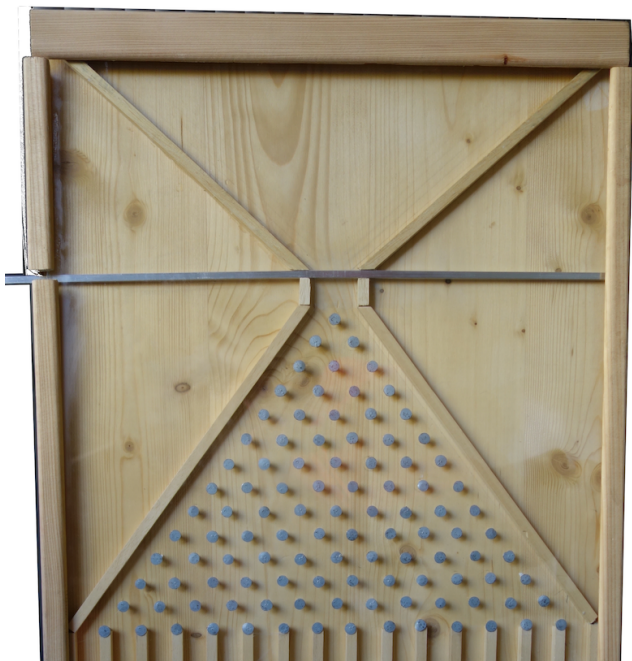


# Loi binomiale

MatheX

3 janvier 2023





# Loi binomiale

## Table des matières :

- 1 Épreuve, loi et schéma de Bernoulli
- 2 Loi binomiale

# Loi binomiale

## Table des matières :

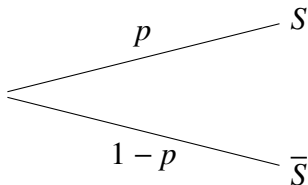
- 1 Épreuve, loi et schéma de Bernoulli
  - Épreuve de Bernoulli
  - Loi de Bernoulli
  - Espérance, variance et écart type
  - Schéma de Bernoulli

# Loi binomiale

## Définition 1 : (épreuve de Bernoulli)

Une **épreuve de Bernoulli** est une expérience aléatoire avec deux issues :

- $S$  : succès avec  $p(S) = p$
- $\bar{S}$  : échec avec  $p(\bar{S}) = 1 - p$



# Loi binomiale

Exemple :

*Donner des exemples d'épreuves de Bernoulli :*

# Loi binomiale

## Définition 2 : (loi de bernoulli)

Une variable aléatoire  $X$  suit une loi de Bernoulli de paramètre  $p$  si  $X$  prend ses valeurs dans  $\{0; 1\}$  avec :

- $\{X = 1\}$  est associé au succès  $S$  de probabilité  $p$
- $\{X = 0\}$  est associé à l'échec  $\bar{S}$  de probabilité  $1 - p$

$x_i$	1	0
$P(\{X = x_i\})$	$p$	$1 - p$

# Loi binomiale

Exemple : *Donner les lois de Bernoulli de vos précédents exemples :*

# Loi binomiale

## Propriété 1 : (Espérance, variance et écart type)

Soit  $X$  une variable aléatoire qui suit une loi de Bernoulli de paramètre  $p$ , on a alors :

$$E(X) = p$$

$$V(X) = p(1 - p)$$

$$\sigma(X) = \sqrt{p(1 - p)}$$

# Loi binomiale

Exemple :

*Calculer l'espérance et la variance  
de vos précédents exemples :*

# Loi binomiale

## Définition 3 : (schéma de Bernoulli)

Un schéma (ou expérience) de Bernoulli est une répétition de  $n$  épreuves de Bernoulli indépendantes.

# Loi binomiale

Exemple :

*Donner des exemples de schémas de Bernoulli :*

# Loi binomiale

## Table des matières :

- 2 Loi binomiale
  - Loi binomiale
  - Espérance, variance et écart type

# Loi binomiale

## Définition 4 : (loi binomiale)

Soit un schéma de Bernoulli constitué par  $n$  répétitions identiques et indépendantes d'une épreuve de Bernoulli de paramètre  $p$ .

La loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p$  est la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$  donnant le nombre de succès obtenu.

On la note  $\mathcal{B}(n; p)$ .

# Loi binomiale

Exemple :

*Donner les lois binomiales associées à vos exemples de schémas de Bernoulli :*

# Loi binomiale

## Propriété 2 : (loi binomiale)

Soit  $X$  une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p$ .

La probabilité d'obtenir  $k$  succès parmi les  $n$  épreuves de Bernoulli est :

$$P(\{X = k\}) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

pour tout entier naturel  $k \leq n$

avec 
$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! k!}$$

et 
$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots \times 2 \times 1$$

# Loi binomiale

Exemple :

*Calculer les probabilités d'avoir  $k$  succès parmi  $n$   
sur vos exemples de schémas de Bernoulli :*

# Loi binomiale

## Propriété 3 : (Espérance, variance et écart type)

Soit  $X$  une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p$ , on a alors :

$$E(X) = np$$

$$V(X) = np(1 - p)$$

$$\sigma(X) = \sqrt{np(1 - p)}$$

# Loi binomiale

Exemple :

*Calculer l'espérance et la variance  
de vos précédents exemples :*