Signe d’une Fonction

MatheX

1er février 2021

Définition 1 : (signe d'une fonction)

Soit f une fonction, $\mathcal{D}_f$ son domaine de définition et C_f sa courbe représentative.
Soit E, F et G des ensembles inclus dans $\mathcal{D}_f$

$$f \text{ positive sur } E \iff \forall x \in E,\ f(x) \geq 0$$

$$f \text{ négative sur } F \iff \forall x \in F,\ f(x) \leq 0$$

$$f \text{ nulle sur } G \iff \forall x \in G,\ f(x) = 0$$

NB :

$$f \text{ strictement positive sur } E \iff \forall x \in E,\ f(x) > 0$$

Exemple : *Etudiez le signe des fonctions :*

a. $f(x) = x - 1$

b. $g(x) = -x + 1$

Exemple :

Etudiez le signe des fonctions :

a. $f(x) = x - 1$

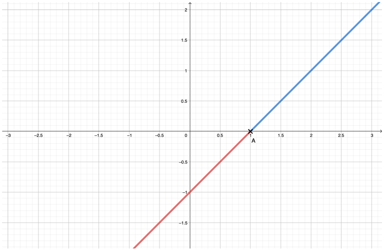
$f(x) \geq 0 \iff x - 1 \geq 0 \iff x \geq 1$

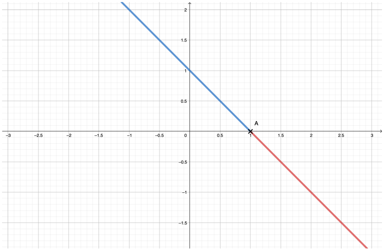
x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

b. $g(x) = -x + 1$

$g(x) \geq 0 \iff -x \geq -1 \iff x \leq 1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	





Exemple : *Étudiez le signe des fonctions :*

c. $f(x) = ax + b$ avec $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$

Exemple : *Étudiez le signe des fonctions :*

c. $f(x) = ax + b$ avec $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$

$$f(x) \geq 0 \iff ax + b \geq 0 \iff ax \geq -b \qquad (1)$$

- si $a > 0$: $(1) \iff x \geq -\dfrac{b}{a}$
- si $a < 0$: $(1) \iff x \leq -\dfrac{b}{a}$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		signe de $(-a)$	0	signe de a	

Exemple :

Étudiez le signe des fonctions :

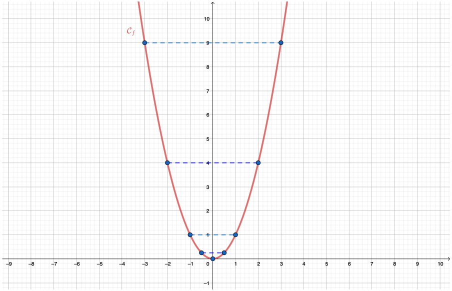
d. Fonction carré : $f(x) = x^2$

Exemple :

Étudiez le signe des fonctions :

d. Fonction carré : $f(x) = x^2$ $\quad x^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	



Exemple :

Étudiez le signe des fonctions :

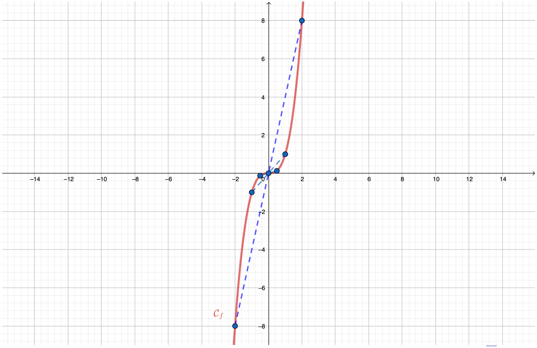
e. Fonction cube : $f(x) = x^3$

Exemple :

Étudiez le signe des fonctions :

e. Fonction cube : $f(x) = x^3$ $\qquad x^3 \geq 0 \;\Rightarrow\; x \geq 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	



Exemple :

Étudiez le signe des fonctions :

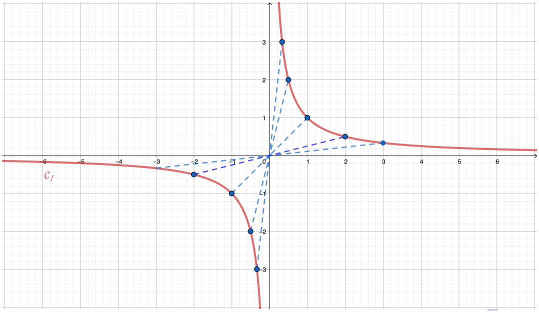
f. Fonction inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$

Exemple :

Étudiez le signe des fonctions :

f. Fonction inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$ $\qquad \dfrac{1}{x} \geq 0 \;\Rightarrow\; x > 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$-$	$\|$	$+$



Exemple : *Étudiez le signe des fonctions :*

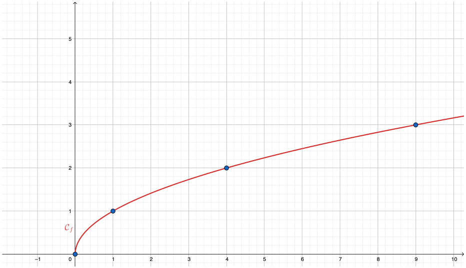
g. Fonction racine carrée : $f(x) = \sqrt{x}$

Exemple :

Étudiez le signe des fonctions :

g. Fonction racine carrée : $f(x) = \sqrt{x}$ $\sqrt{x} \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}^+$

x	0		$+\infty$
$f(x)$	0	$+$	



Exemple : *Étudiez le signe des fonctions ci-dessous :*

h. $f(x) = (x-1)(x-2)$

Exemple : *Étudiez le signe des fonctions ci-dessous :*

h. $f(x) = (x-1)(x-2)$

$x - 1 = 0 \iff x = 1$ $\qquad$ $x - 1 \geq 0 \iff x \geq 1$

$x - 2 = 0 \iff x = 2$ $\qquad$ $x - 2 \geq 0 \iff x \geq 2$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$x - 1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x - 2$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x) = (x-1)(x-2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Exemple : *Étudiez le signe des fonctions ci-dessous :*

i. $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$

j. $g(x) = \dfrac{(x-1)(x-3)}{x-2}$

Exemple : *Étudiez le signe des fonctions ci-dessous :*

i. $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

j. $g(x) = \dfrac{(x-1)(x-3)}{x-2}$

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	