MatheX - 1_SPE MATHS_5 - 1_SPE MATHS_15	Le 24 janvier 2022
Devoir Surveillé n°3: 2nd degré - Suite - Dérivation - Algorithmique	Durée: 01h55
Calculatrice autorisée Aucun document autorisé Réponses sur feuilles doubles numérotées	

Exercice 1 : (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Les **cinq** questions sont indépendantes. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte.
Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Question 1.

(u_n) est la suite arithmétique telle que $u_4 = 3$ et $u_{10} = 18$. On peut affirmer que :

a) $\boldsymbol{u_0 = 7}$ **b)** $\boldsymbol{u_7 = 20,5}$ **c)** $\boldsymbol{u_{12} = 23}$ **d)** $\boldsymbol{u_{14} = -28}$

Question 2.

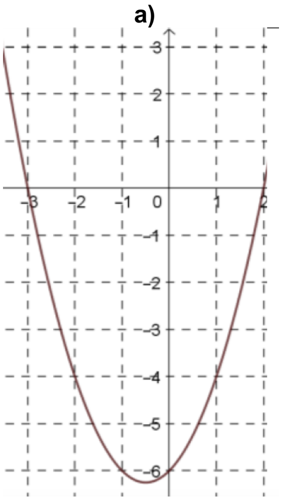
L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 - 5x + 6 < 0$ est :

a) $]-\infty\,;\mathbf{2}[\,\cup\,]\mathbf{3}\,;+\infty[$ **b)** $]-\infty\,;-\mathbf{1}[\,\cup\,]\mathbf{6}\,;+\infty[$ **c)** $]\mathbf{2}\,;\mathbf{3}[$ **d)** $]-\mathbf{1}\,;\mathbf{6}[$

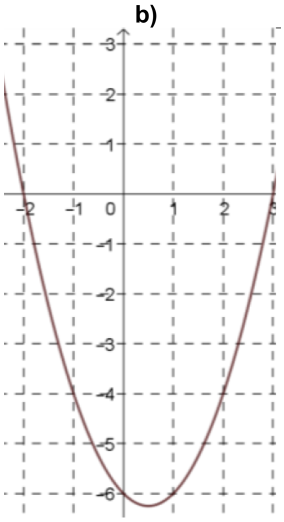
Question 3.

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 - x + 6$.
On admet que l'une des quatre courbes ci-dessous représente la fonction f. Laquelle ?

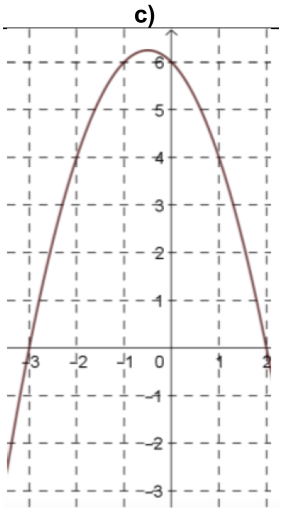
a)



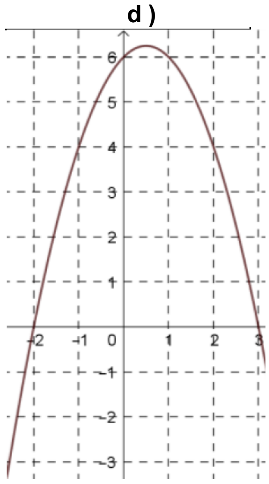
b)



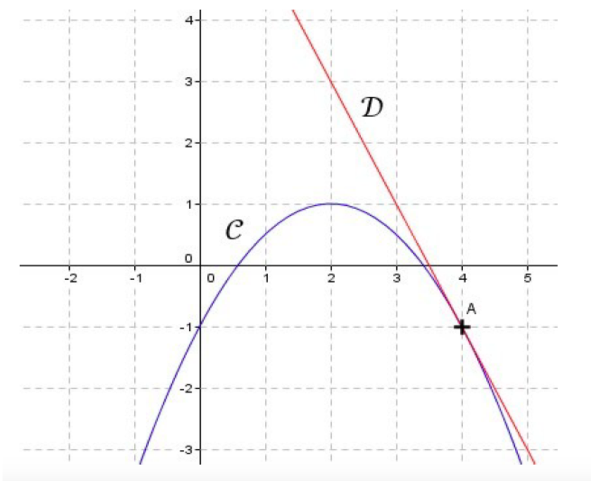
c)



d)



Question 4.



Sur la figure ci-dessous, nous avons tracé dans un repère orthonormé la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ et la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 4.

Cette tangente est représentée par la droite $\mathcal{D}$.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f .

Le réel $f'(4)$ est égal à :

a) -1 **b)** -2 **c)** 7 **d)** 1

Question 5.

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 4$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 3\,u_n - 5$.
On souhaite qu'à la fin de l'exécution de l'algorithme, la valeur contenue dans la variable u soit celle de u_5 .

Quel algorithme doit-on choisir ?

a)

$u = 4$
$n = 0$
$for\ k\ in\,range\,(5):$
$\quad u = 3 * n - 5$
$\quad n = n + 1$

b)

$u = 4$
$n = 0$
$for\ k\ in\,range\,(5):$
$\quad u_{n+1} = 3 * u_n - 5$
$\quad n = n + 1$

c)

$u = 4$
$for\ k\ in\,range\,(5):$
$\quad u = 3 * u - 5$

d)

$u = 4$
$n = 0$
$while\ \leq\ 5:$
$\quad u = 3 * n - 5$
$\quad n = n + 1$

Exercice 2 : (5 points)

En 2000, la production mondiale de plastique était de 187 millions de tonnes.
On suppose que depuis 2000, cette production augmente de $3{,}7\ \%$ chaque année.

On modélise la production mondiale de plastique, en millions de tonnes, produite en l'année $(2000 + n)$ par la suite de terme général u_n où n désigne le nombre d'années à partir de l'an 2000.
Ainsi, $u_0 = 187$.

1. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison.

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer u_n en fonction de n .

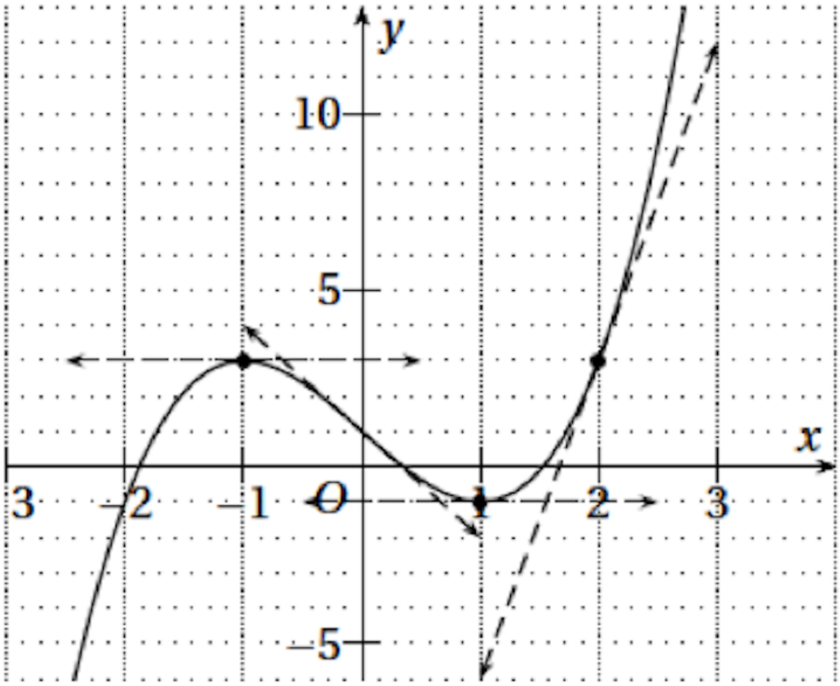
3. Étudier le sens de variation de la suite (u_n).

4. Selon cette estimation, calculer la production mondiale de plastique en 2019. Arrondir au million de tonnes.

5. Des études montrent que 20 % de la quantité totale de plastique se retrouve dans les océans, et que 70 % de ces déchets finissent par couler.
Montrer que la quantité totale, arrondie au million de tonnes, de déchets flottants sur l'océan dus à la production de plastique de 2000 à 2019 compris est de 324 millions de tonnes.

Exercice 3 : (5 points)

La courbe $\mathcal{C}$ de la figure ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dans un repère orthogonal.



1. Déterminer graphiquement:

- **a.** $f(0)$ et $f'(0)$
- **b.** $f(-1)$ et $f'(-1)$
- **c.** $f(2)$ et $f'(2)$
- **d.** L'équation de la tangente T_{-1} au point d'abscisse -1
- **e.** L'équation de la tangente T_0 au point d'abscisse 0

2. La droite T tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse -2 et d'ordonnée -1 passe par le point A de coordonnées $(1 ; 26)$

- **a.** Déterminer par le calcul une équation de T
- **b.** En déduire $f'(-2)$

Exercice 4 : (5 points)

Soit (P) la parabole d'équation $y = ax^2 + x + 1$ avec a un réel non nul.

Donner une condition sur a pour que (P) coupe la droite (D) d'équation $y = 2x + 3$ en au moins un point.